

УДК 621.316.925

## Электромагнитное поле протяженного заземлителя, проложенного параллельно границе раздела воздух-грунт\*

СЛЫШАЛОВ В.К., д.т.н.; КИСЕЛЕВА Ю.А., инженер

Настоящая статья является непосредственным продолжением статьи [1], в которой были рассмотрены вопросы теории электромагнитного поля протяженного заземлителя кругового или трубчатого сечения в неограниченной слабопроводящей или диэлектрической среде, и посвящена исследованию полей заземлителей указанного типа при учете влияния границы раздела сред с различными физическими свойствами. Наряду с определением волновых параметров заземлителей, в статье изложена методика расчета напряжений прикосновения и шага при протекании по заземлителю синусоидального тока.

Задача расчета электромагнитного поля круглого провода, расположенного в воздухе параллельно поверхности земли, в силу ее важности для исследования поля и параметров воздушных линий электропередачи многократно решалась при различных упрощающих допущениях относительно физических параметров грунта, частоты, распределения векторов поля и плотности тока в проводе и грунте. Наиболее полный список основных публикаций на эту тему и краткий анализ содержащихся в них методов решения дан в статье Г.А. Гринберга [2]. В дополнение к этому списку необходимо указать статью В.Ю. Ломоносова [3], в которой дано точное решение задачи о волновом поле двухпроводной линии. Последующие теоретические разработки, относящиеся к расчету поля и параметров многопроводных воздушных линий обобщены в монографии [4] и журнальных статьях ее авторов. Следует также специально отметить работу [5], содержащую результаты табулирования интегралов Карсона, являющихся базовыми при расчете параметров многопроводных воздушных линий.

Исследования электромагнитных процессов в системах протяженных неэквипотенциальных естественных и искусственных заземлителей выполняются, как правило, на основе теории цепей с распределенными параметрами, причем значения вводимых интегральных параметров определяются без использования полевых расчетов [6,7], вследствие чего модель становится неадекватной заземлителю. Подробно этот вопрос рассмотрен в нашей работе [1]. Поскольку электромагнитные поля протяженных заземлителей и линий электропередачи во многом аналогичны и при их исследовании определяются однотипные величины и характеристики: постоянная распространения, волновое и входное сопротивление, интегральные параметры и т.д., представляется целесообразным использовать при решении задач, связанных с электромагнитными процессами в протяженных заземлителях, методологическую и теоретическую базу решения полевых задач для линий электропередачи.

В данной статье, продолжая работу [1], где рассмотрено электромагнитное поле и определены параметры скважинного заземлителя, в многослойной среде с слоями перпендикулярными заземлителю, решается задача о волновом поле

заземлителя параллельного границе раздела двух сред. Целью исследования, как и в [1], являются волновые параметры и такие практические характеристики взаимодействия заземлителя с грунтом, как входное и переходное сопротивления, а также напряжения прикосновения и шага. Примененная методика базируется на интегральных представлениях векторов электромагнитного поля и в значительной мере опирается на результаты, полученные для полей воздушных линий [2, 4, 8].

Постановку задачи поясняет рис.1, на котором показан прямой, бесконечно длинный заземлитель кругового сечения, проложенный параллельно плоской границе раздела сред с удельными сопротивлениями  $\rho_2, \rho_3 \sim 10^2 - 10^6$  Ом·м, при удельном сопротивлении заземлителя  $\rho_1 \sim 10^{-7}$  Ом·м.

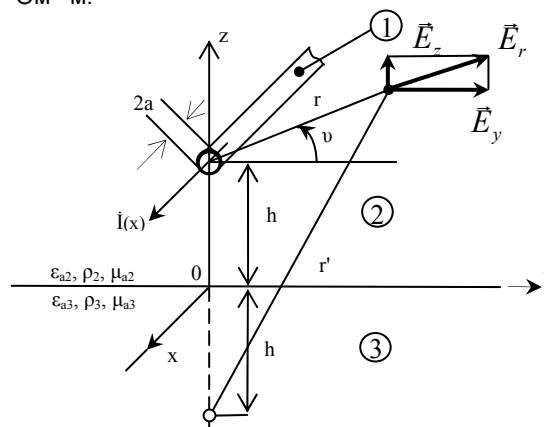


Рис. 1. Координатная система и характеристики заземлителя и сред.

Важнейшим для практических задач является случай когда одна из сред – идеальный диэлектрик ( $\rho \rightarrow \infty$ ). По заземлителю протекает синусоидальный ток, амплитуда и фаза которого изменяются по длине за счет оттока в среду по закону  $i(x) = i_0 e^{-\gamma x}$ , где  $\gamma$  – постоянная распространения [1].

Компоненты комплексных напряженностей электрического и магнитного полей  $\vec{E}, \vec{H}$  во всех областях удовлетворяют волновому уравнению; общие выражения для них, в случае заземлителя в однородной среде, приведены в [1] с подробными пояснениями относительно вывода

формул и смысла вводимых параметров. Решаемая задача отличается от рассмотренной в [1] тем, что на поле уединенного заземлителя накладывается вторичное поле [8,2], обусловленное наличием вблизи него границы раздела двух сред. Поэтому напряженность электрического поля в среде 2 представляем в форме

$$\dot{E}_2 = \dot{E}_2^{(0)} - \dot{E}_2^{(em)}, \quad (1)$$

где  $\dot{E}_2^{(0)}$  - напряженность первичного поля (поля в однородной среде);  $\dot{E}_2^{(em)}$  - напряженность вторичного поля.

Составляющие первичного поля запишем в декартовых координатах используя формулы (6) работы [1] и очевидные из рис. 1 соотношения

$$r = \sqrt{y^2 + (z-h)^2}, \quad \dot{E}_z = \dot{E}_r \sin \vartheta = \dot{E}_r \frac{\partial r}{\partial z}, \quad \dot{E}_y = \dot{E}_r \cos \vartheta = \dot{E}_r \frac{\partial r}{\partial y}$$

Имеем

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{x2}^{(0)} &= CH_0^{(1)}(m_2 r), \quad \dot{H}_{x2}^{(0)} = 0, \\ \dot{E}_{y2}^{(0)} &= -\frac{\gamma}{m_2^2} C \frac{\partial}{\partial y} H_0^{(1)}(m_2 r); \\ \dot{H}_{y2}^{(0)} &= j \frac{\omega \tilde{\varepsilon}_{a2}}{m_2^2} C \frac{\partial}{\partial z} H_0^{(1)}(m_2 r), \\ \dot{E}_{z2}^{(0)} &= -\frac{\gamma}{m_2^2} C \frac{\partial}{\partial z} H_0^{(1)}(m_2 r); \\ \dot{H}_{y2}^{(0)} &= -j \frac{\omega \tilde{\varepsilon}_{a2}}{m_2^2} C \frac{\partial}{\partial y} H_0^{(1)}(m_2 r) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В формулах (2), в соответствии с [1], обозначены

$$m_2^2 = k_2^2 + \gamma^2, \quad k_2^2 = \omega^2 \tilde{\varepsilon}_{a2} \mu_{a2}, \quad \tilde{\varepsilon}_{a2} = \varepsilon_{a2} - j \frac{1}{\omega \rho_2}, \quad H_0^{(1)}(m_2 r) - \text{функция Ханкеля}$$

первого рода нулевого порядка, С – постоянная интегрирования,  $\varepsilon_{a2} = \varepsilon_0 \varepsilon_2$ ;  $\mu_{a2} = \mu_0 \mu_2$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости.

Нужные для последующего расчета компоненты поля в заземлителе находятся по формулам [1]

$$E_{x1}^{(0)} = A J_0(k_1 r), \quad H_{y1}^{(0)} = -\frac{1}{k_1 \rho_1} A J_0'(k_1 r),$$

где  $k_1 = \sqrt{-j \frac{\omega \mu_{a1}}{\rho_1}}$ ,  $J_0(k_1 r)$  - функция Бесселя первого рода нулевого порядка; А – постоянная интегрирования.

Для составляющих напряженностей вторичного поля в среде 2 и поля в среде 3 воспользуемся интегральной формой общего решения волнового уравнения, введенной в расчет еще Карсоном [8] и в дальнейшем успешно примененной в [2,4] и других расчетах при исследовании полей воздушных линий. Для компонент  $E_{z2}^{(em)}$  и  $E_{z3}$ , например, имеем

$$\begin{aligned} \dot{E}_{z2}^{(em)} &= \int_0^\infty F_{z2}(v) e^{-\eta_2 z} \cos v y d v, \quad \eta_2 = \sqrt{v^2 - m_2^2}, \quad z > 0 \\ \dot{E}_{z3} &= \int_0^\infty F_{z3}(v) e^{\eta_3 z} \cos v y d v, \quad \eta_3 = \sqrt{v^2 - m_3^2}, \quad z < 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Функции  $F_{z2}(u)$ ,  $F_{z3}(u)$  определяются из граничных условий на плоскости  $z=0$ , причем эти условия различаются для моделей [2,4,8], определяя области и границы их применимости, о чем подробней будет сказано ниже.

Вторым ключевым моментом в расчете полей и параметров воздушных линий разбираемыми методами является следующее интегральное представление функции  $H_0^{(1)}(m_2 r)$  [2]

$$\begin{aligned} \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)} \left( m_2 \sqrt{y^2 + (z-h)^2} \right) &= \\ = \int_0^\infty e^{-|z-h| \sqrt{v^2 - m_2^2}} \frac{1}{\sqrt{v^2 - m_2^2}} \cos v y d v, \end{aligned} \quad (4)$$

позволяющее определить неизвестные функции  $F(v)$  в формулах (3) путем сравнения подинтегральных выражений в решениях для одноименных компонент напряженностей ( $\dot{E}_2$ ) и ( $\dot{E}_3$ ) на границе  $z=0$ .

### Расчет составляющих напряженности электрического поля

**Составляющая  $\dot{E}_z$ .** Для определения первичного поля, используя формулы (2) и (4), находим

$$\dot{E}_{z2}^{(0)} = \frac{2j\gamma}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty e^{-(z-h)\eta_2} \cos v y d v, \quad 0 \leq z \leq h \quad (5)$$

В аналогичной форме представляем  $\dot{E}_{z2}^{(em)}$  и  $\dot{E}_{z3}$

$$\dot{E}_{z2}^{(em)} = -\frac{2j\gamma}{\pi m_2^2} \int_0^\infty M_2(v) e^{-\eta_2 z} e^{-\eta_2 h} \cos v y d v, \quad z \geq 0, \quad (6)$$

$$\dot{E}_{z3} = -\frac{2j\gamma}{\pi m_2^2} \int_0^\infty M_3(v) e^{\eta_3 z} e^{-\eta_2 h} \cos v y d v, \quad z \leq 0 \quad (7)$$

Условия на границе раздела сред, необходимые для вычисления  $M_2(v)$   $M_3(v)$ , при расчете параметров воздушных линий по методике [4], применяются в простейшем варианте, предполагающем отсутствие поперечных (составляющие по  $u$  и  $z$ ) токов и их производных в грунте. Очевидно, что для заземлителей, где эти токи определяют функциональную сущность устройства, они неадекватны целям расчета, не позволяя, в частности, определять шаговые напряжения. Полноценный расчет обеспечивают условия непрерывности для плотности полного тока

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{\rho_2} + j\omega \varepsilon_{a2} \right) \dot{E}_{z2} \Big|_{z=0} &= \\ = \left( \frac{1}{\rho_3} + j\omega \varepsilon_{a3} \right) \dot{E}_{z3} \Big|_{z=0} &\rightarrow \tilde{\varepsilon}_{a2} \dot{E}_{z2} \Big|_{z=0} = \tilde{\varepsilon}_{a3} \dot{E}_{z3} \Big|_{z=0} \end{aligned} \quad (8)$$

и примененное в методе [2] условие для производных

$$\frac{\partial \dot{E}_{z2}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial \dot{E}_{z3}}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (9)$$

Применяя (8) и (9) к напряженностям  $E_{z2}=E_{z2}^{(0)}$  и  $E_{z3}$ , получаем

$$M_2(v) = \frac{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 - \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3}, \quad M_3(v) = -\frac{2\tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_2}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3}, \quad (10)$$

что позволяет записать в окончательной форме  $\dot{E}_{y2}^{(em)}$  и  $\dot{E}_{y3}$

$$\dot{E}_{z2}^{(em)} = -\frac{2j\gamma}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty \frac{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 - \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} e^{-\eta_2(z+h)} \cos v y d v, \quad (11)$$

$$\dot{E}_{z2} = \frac{2j\gamma}{\pi m_2^2} C \left\{ \int_0^\infty e^{\eta_2(z-h)} \cos v y d v + \int_0^\infty \frac{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 - \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} e^{-\eta_2(z+h)} \cos v y d v \right\}, \quad 0 \leq z \leq h \quad (12)$$

$$\dot{E}_{z3} = \frac{4j\gamma}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty \frac{\tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_2}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} e^{-\eta_2 h} e^{\eta_3 z} \cos v y d v, \quad z \leq 0 \quad (13)$$

**Составляющая  $E_y$ .** Для напряженности первичного поля согласно (2), (4) имеем

$$\dot{E}_{y2}^{(0)} = -\frac{2j\gamma}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty e^{(z-h)\eta_2} \frac{1}{\eta_2} v \sin v y d v, \quad z \leq h \quad (14)$$

В аналогичной форме записываем

$$\dot{E}_{y2}^{(em)} = -\frac{2j\gamma}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty N_2(v) e^{-\eta_2 z} e^{-\eta_2 h} v \sin v y d v, \quad z \geq 0; \quad (15)$$

$$\dot{E}_{y3} = -\frac{2j\gamma}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty N_3(v) e^{-\eta_3 h} e^{\eta_3 z} v \sin v y d v, \quad z \leq 0 \quad (16)$$

Граничными являются условия для функций  $E_{y2}$ ,  $E_{y3}$

$$\dot{E}_{y2} \Big|_{z=0} = \dot{E}_{y3} \Big|_{z=0} \quad (17)$$

и установленное в [2] условие для их производных, которые в нашей задаче с учетом выражения (13) имеет вид

$$\begin{aligned} \mu_{a3} \frac{\partial \dot{E}_{y2}}{\partial z} \Big|_{z=0} - \mu_{a2} \frac{\partial \dot{E}_{y3}}{\partial z} \Big|_{z=0} &= \\ = \left( \mu_{a3} \frac{\tilde{\varepsilon}_{a3}}{\tilde{\varepsilon}_{a2}} - \mu_{a2} \right) \frac{\partial \dot{E}_{z3}}{\partial z} \Big|_{z=0} &= \\ = -\frac{4j\gamma}{\pi m_2^2} C (\mu_{a3} \tilde{\varepsilon}_{a3} - \mu_{a2} \tilde{\varepsilon}_{a2}) \int_0^\infty \frac{\eta_2 e^{-\eta_2 h}}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} v \sin v y d v \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя в (17), (18) напряженности  $\dot{E}_{y2} = \dot{E}_{y2}^{(0)} - \dot{E}_{y2}^{(em)}$ ,  $E_{y3}$ , находим при  $\mu_{a3} = \mu_{a2} = \mu_0$  (для немагнитных сред)

$$N_2(v) = \frac{1}{\eta_2} - \frac{2\tilde{\varepsilon}_{a2}}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3}, \quad N_3(v) = \frac{2\tilde{\varepsilon}_{a2}}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} \quad (19)$$

и в окончательной форме получаем

$$\dot{E}_{y2}^{(em)} = -\frac{2j\gamma}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty \left( \frac{1}{\eta_2} - \frac{2\tilde{\varepsilon}_{a2}}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} \right) e^{-\eta_2(z+h)} v \sin v y d v, \quad 0 \leq z \quad (20)$$

$$\dot{E}_{y2} = -\frac{2j\gamma}{\pi m_2^2} C \left\{ \int_0^\infty e^{(z-h)\eta_2} \frac{1}{\eta_2} v \sin v y d v - \int_0^\infty \left( \frac{1}{\eta_2} - \frac{2\tilde{\varepsilon}_{a2}}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} \right) e^{-\eta_2(z+h)} v \sin v y d v \right\}, \quad 0 \leq z \leq h \quad (21)$$

$$\dot{E}_{y3} = -\frac{4j\gamma}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty \frac{\tilde{\varepsilon}_{a2}}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} e^{-\eta_2 h} e^{\eta_3 z} v \sin v y d v, \quad z \leq 0 \quad (22)$$

**Составляющая  $E_x$ .** Для определения этой компоненты воспользуемся уравнением  $div \vec{E} = 0$ , справедливым в обеих средах, и условием  $\frac{\partial}{\partial x} = -\gamma$ . Для составляющей  $E_{x2}^{(em)}$  по

соотношению  $\gamma \dot{E}_{x2}^{(em)} = \frac{\partial \dot{E}_{y2}^{(em)}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{E}_{z2}^{(em)}}{\partial z}$  и выражениям

(11), (20) при использовании формулы (4) получаем

$$\begin{aligned} \dot{E}_{x2}^{(em)} &= CH_0^{(1)}(m_2 r') - \\ &- \frac{4j\tilde{\varepsilon}_{a2}}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty \frac{\eta_2 \eta_3 - v^2}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} e^{-\eta_2(z+h)} \cos v y d v, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $r' = \sqrt{y^2 + (z+h)^2}$  - расстояние от изображения заземлителя до точки наблюдения (рис.1).

Соответственно для  $E_{x2}$  находим

$$\begin{aligned} \dot{E}_{x2} &= \dot{E}_{x2}^{(0)} - \dot{E}_{x2}^{(em)} = CH_0^{(1)}(m_2 r) - CH_0^{(1)}(m_2 r') + \\ &+ \frac{4j\tilde{\varepsilon}_{a2}}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty \frac{\eta_2 \eta_3 - v^2}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} e^{-\eta_2(z+h)} \cos v y d v, \end{aligned} \quad z \geq 0 \quad (24)$$

Для составляющей  $\dot{E}_{x3}$  получаем выражение

$$\dot{E}_{x3} = \frac{4j\tilde{\varepsilon}_{a2}}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty \frac{\eta_2 \eta_3 - v^2}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} e^{-\eta_2 h} e^{\eta_3 z} \cos v y d v, \quad z \leq 0 \quad (25)$$

Таким образом найдены все составляющие напряженности электрического поля в средах 2 и 3 с точностью до постоянной  $C$ , определяемой ниже по граничному условию на поверхности заземлителя.

Составляющие вектора напряженности  $\vec{H}$  могут быть получены при необходимости из уравнения

$rot \vec{E} = -j\omega \mu_a \vec{H}$  дифференцированием компонент напряженностей  $\dot{E}_2, \dot{E}_3$ .

**Расчет констант  $A$  и  $C$  и постоянной распространения.** Полагаем, следуя [2], что при  $h > a$  напряженность вторичного электрического поля на поверхности заземлителя допустимо вычислять по соотношению

$$E_{x2}^{(em)} \Big|_{r=a} = E_{x2}^{(em)} \Big|_{z=h}^{y=0}, \quad \text{а для магнитного принять}$$

$$H_{y2}^{(em)} \Big|_{r=a} = H_{y2}^{(em)} \Big|_{y=0} = 0 \quad \text{и, соответственно,}$$

записать для поверхности провода граничные условия в виде равенств

$$\left. \begin{aligned} E_{x2}^{(0)} \Big|_{r=a} - E_{x2}^{(em)} \Big|_{z=h}^{y=0} &= E_{x1}^{(0)} \Big|_{r=a} \\ H_{y2}^{(0)} \Big|_{r=a} &= H_{y1}^{(0)} \Big|_{r=a} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

В развернутой форме имеем

$$\begin{aligned} CH_0(m_2 a) - CH_0(m_2 2h) + \\ + \frac{4j\tilde{\varepsilon}_{a2}}{\pi m_2^2} C \int_0^\infty \frac{\eta_2 \eta_3 - v^2}{\tilde{\varepsilon}_{a3}\eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2}\eta_3} e^{-\eta_2 2h} d v = AJ_0(k_1 a), \end{aligned} \quad (27)$$

$$-j \frac{\omega \tilde{\varepsilon}_{a2}}{m_2} CH_0(m_2 a) = -\frac{1}{k_1 \rho_1} AJ_0'(k_1 a) \quad (28)$$

Постоянная  $A$  вычисляется через ток в проводе [1], постоянная  $C$  через  $A$  по (28)

$$A = \frac{k_1 \rho_1 I}{2\pi \omega J_1(k_1 a)}, \quad C = \frac{m_2 I}{j \omega \tilde{\varepsilon}_{a2} 2\pi H_1(m_2 a)} \quad (29)$$

Уравнение для постоянной распространения получаем взяв отношение равенств (27) и (28)

$$m_2 \frac{H_0(m_2 a) - H_0(m_2 2h)}{H_0(m_2 a)} = -j \frac{4\tilde{\varepsilon}_{a2}}{\pi m_2 H_0(m_2 a)} \int_0^{\infty} \frac{\eta_2 \eta_3 - v^2}{\tilde{\varepsilon}_{a3} \eta_2 + \tilde{\varepsilon}_{a2} \eta_3} e^{-\eta_2 2h} dv + j \omega \tilde{\varepsilon}_{a2} k_1 \rho_1 \frac{J_0(k_1 a)}{J_0'(k_1 a)} \quad (30)$$

Выполняя предельный переход  $h \rightarrow \infty$ , нетрудно убедиться, что при  $\tilde{\varepsilon}_{a2} = \varepsilon_0$  получаем уравнение (26) работы [1], записанное в неограниченном воздушном пространстве, а при  $\tilde{\varepsilon}_{a3} = \varepsilon_0$  уравнение (25) работы [1] для стержня в неограниченном объеме грунта.

Наиболее важными вариантами уравнения (30) и, соответственно, полученных выше решений для поля являются:

во-первых, вариант с  $\tilde{\varepsilon}_{a2} = \varepsilon_0, \rho_2 \rightarrow \infty$ , который в данном исследовании является тестовым, т.к. позволяет проверить предложенную модель сравнением с моделью [2] для частного случая провода над землей;

во-вторых, вариант с  $\tilde{\varepsilon}_{a3} = \varepsilon_0, \rho_3 \rightarrow \infty$ , отвечающий случаю заземлителя в грунте вблизи границы с воздухом и интересный возможностью расчета шаговых напряжений и полей, действующих на оборудование, размещенное в воздухе на разных высотах от поверхности грунта.

Из вариантов с различными соотношениями  $\tilde{\varepsilon}_{a3} \neq \tilde{\varepsilon}_{a2}$  следует выделить случай границы раздела грунт-вода, рассмотрев его для заземлителя, проложенного в грунте.

Рассмотрим методику решения уравнения (30) применительно к варианту задачи с  $\tilde{\varepsilon}_{a3} = \varepsilon_0, \rho_3 \rightarrow \infty$  (заземлитель в грунте) и сравним ее с существующими аналогичными методиками, примененными при исследовании поля провода, находящегося в воздухе у поверхности земли [2,4].

Ожидаемый порядок искомых величин  $\gamma^2$  и  $m_2^2 = \gamma^2 + k_2^2$ , как показали расчеты поля заземлителя в неограниченном объеме грунта, соответствует порядку  $k_2^2 = \omega^2 \cdot \tilde{\varepsilon}_{a2} \mu_2 \approx -j \frac{\omega \mu_0}{\rho_2}$ ,

следовательно допустимо принять  $m_2^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 + \gamma^2 \approx \gamma^2$ . Учитывая, что радиус заземлителя  $a \sim 10^{-2}$  м, а его заглубление  $h \sim 1$  м, допустимо воспользоваться приближенными формулами для функций Ханкеля [9]:

$$\frac{\pi j}{2} H_0^{(1)}(m_2 2h) \approx -\ln \frac{\gamma' m_2 2h}{2j}, \quad \gamma' = 1,781$$

$$\frac{\pi j}{2} H_0^{(1)}(m_2 a) \approx -\ln \frac{\gamma' m_2 a}{2j}, \quad \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)'}(m_2 a) \approx -\frac{1}{m_2 a}.$$

Соответственно

$$\frac{H_0^{(1)}(m_2 a) - H_0^{(1)}(m_2 2h)}{H_0^{(1)}(m_2 a)} \approx -m_2 a \ln \frac{2h}{a}, \quad m_2 2h \ll 1$$

А уравнение (30) преобразуется к виду

$$\left(\frac{m_2}{k^2}\right)^2 \ln \frac{2h}{a} = 2 \int_0^{\infty} \frac{\eta_2 \eta_3 - v^2}{k_2^2 \eta_3 + k_3^2 \eta_2} e^{-\eta_2 2h} dv - \frac{\mu_1 J_0(k_1 a)}{a k_1 J_0'(k_1 a)}, \quad (31)$$

$$\eta_2 = \sqrt{v^2 - m_2^2}, \quad \eta_3 = \sqrt{v^2 - m_3^2},$$

$$k_2^2 \approx -j \frac{\omega \mu_0}{\rho_2}, \quad k_1^2 = -j \frac{\omega \mu_1 \mu_0}{\rho_1}, \quad k_3^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$$

Интеграл

$$F = \int_0^{\infty} \frac{\eta_2 \eta_3 - v^2}{k_2^2 \eta_3 + k_3^2 \eta_2} e^{-\eta_2 2h} dv$$

может быть представлен, как установлено в [2], в форме суммы трех интегралов  $F=K+R+G$  (сохранены обозначения [2])

$$K = -\int_0^{\infty} \frac{\eta_3}{k_2^2 - k_3^2} e^{-2h\eta_2} dv, \quad R = \int_0^{\infty} \frac{\eta_2}{k_2^2 - k_3^2} e^{-2h\eta_2} dv,$$

$$G = -\gamma^2 \int_0^{\infty} \frac{1}{k_2^2 \eta_3 + k_3^2 \eta_2} e^{-2h\eta_2} dv.$$

При определении постоянной распространения в задаче о поле над землей (вариант с  $\tilde{\varepsilon}_{a2} = \varepsilon_0, \rho \rightarrow \infty$  для заземлителя) показатель

$$\text{экспоненты в (31)} \quad 2h\eta_2 = 2h\sqrt{v^2 - m_2^2} =$$

$= 2h\sqrt{v^2 - (\gamma^2 + w^2 \varepsilon_0 \mu_0)}$  при вычислении интеграла « $K$ » в методе [2] принимается  $2h\eta_2 \approx 2hv$ , и в итоге сумма интегралов  $K+R$  с учетом формулы (4) определяется аналитически в виде рядов по функциям Неймана и Струве. Интеграл  $G$  является

малой (порядка  $\left(\gamma / \frac{\omega \mu_0}{\rho_3}\right)^2$ ) добавкой к этим

рядам. В методике [4], вследствие использования приближенных граничных условий, интеграл  $F$  в (31) заменяется на сумму интегралов  $K+R$  и вычисляется при допущении  $\eta_2 \approx v$  через собственный интеграл Карсона [4,5]

$$K + R = -\int_0^{\infty} \frac{\eta_2 - \eta_3}{k_2^2 - k_3^2} e^{-\eta_2 2h} dv = -\int_0^{\infty} \frac{1}{\eta_2 + \eta_3} e^{-\eta_2 2h} dv \approx$$

$$\approx \int_0^{\infty} \frac{1}{v + \sqrt{v^2 + j \frac{w \mu_0}{\rho_3}}} e^{-v 2h} dv$$

Таким образом, в этой методике интеграл  $G$  не вычисляется, но в силу неравенства  $G \ll K+R$ , получаемые по [2] и [4] значения постоянной распространения оказываются близкими при неоспоримых вычислительных преимуществах методики [4] в сочетании с таблицами [5].

К сожалению, использованное в [2] и [4] основное расчетное допущение  $\eta_2 \approx v$  оказывается не применимым при расчете заземлителей, а интеграл  $G$  и сумма  $K+R$  являются величинами одного порядка. Следовательно, метод [4] оказывается принципиально не применимым для расчета поля заземлителя, а в методе [2], принципиально пригодном, требуется разработка иной вычислительной методики.

Преобразуем уравнение (31) следующим образом: учитывая, что  $k_3^2 \ll k_2^2$ , а значения функций  $\eta_2$  и  $\eta_3$  имеют одинаковый порядок во

всем диапазоне изменения переменной  $v$ , можем представить интеграл  $G$  в форме

$$G = -\gamma^2 \int_0^\infty \frac{1}{k_2^2 \eta_3 + k_3 \eta_2} e^{-2h\eta_2} dv \approx$$

$$\approx \frac{\gamma^2}{k_2^2} \int_0^\infty \frac{1}{\eta_3} e^{-2h\eta_2} \left( 1 - \frac{k_3^2 \eta_2}{k_2^2 \eta_3} + \left( \frac{k_3^2 \eta_2}{k_2^2 \eta_3} \right)^2 - \dots \right) dv =$$

$$= - \left( \frac{m_2^2}{k_2^2} - 1 \right) \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{v^2 - \gamma^2}} e^{-2h\sqrt{v^2 - \gamma^2}} dv =$$

$$= - \left( \frac{m_2^2}{k_2^2} - 1 \right) (P_G + jQ_G)$$

Объединяя интегралы  $K$  и  $R$ , получаем для их суммы выражение

$$R + K \cong \frac{1}{k_2^2} \int_0^\infty (\eta_2 - \eta_0) e^{-2h\eta_2} dv =$$

$$= \frac{1}{k_2^2} \int_0^\infty (\sqrt{v^2 - m^2} - \sqrt{v^2 - \gamma^2}) e^{-2h\sqrt{v^2 - m^2}} dv = \frac{1}{k_2^2} (P + jQ)$$

Подставляя  $G$  и  $R + K$  в (31), после несложных преобразований получаем расчетное уравнение для определения параметра  $m_2$  в виде

$$\left( \frac{m_2}{k_2} \right)^2 \left[ \ln \frac{2h}{a} + 2(P_G + jQ_G) \right] =$$

$$= 2 \left[ \frac{1}{k_2^2} (P + jQ) + (P_G + jQ_G) \right] + \frac{\mu_1 J_0(k_1 a)}{ak_1 J_1(k_1 a)} \quad (32)$$

При решении его методом последовательных приближений за начальное значение  $m_2^{(0)}$ , при котором вычисляются интегралы  $P_G^{(0)}$  и  $Q_G^{(0)}$  и  $P^{(0)}$  +  $jQ^{(0)}$ , целесообразно принять решение аналогичной задачи для заземлителя в неограниченном объеме грунта [1].

Приближенный расчет  $m_2$  может быть выполнен следующим способом: интеграл  $R$  вычисляется аналитически через вторую производную функции  $H_0^{(1)}(m_2 2h)$  по параметру  $\xi = 2h$

$$\frac{d^2 H_0^{(1)}(m_2 \xi)}{d\xi^2} = -\frac{2j}{\pi} \int_0^\infty \sqrt{v^2 - m_2^2} e^{-\xi \sqrt{v^2 - m_2^2}} dv =$$

$$= m_2^2 H_0^{(1)''}(m_2 \xi)$$

и, применяя формулу [9],

$$H_0^{(1)''}(m_2 \xi) = -\frac{1}{m_2 \xi} H_0^{(1)'}(m_2 \xi) - H_0^{(1)}(m_2 \xi) \approx$$

$$\approx \frac{1}{m_2 \xi} \frac{2j}{\pi} \left( -\frac{1}{m_2 \xi} \right) - \frac{2j}{\pi} \ln \frac{\gamma m_2 \xi}{2j},$$

справедливую при  $|m_2 \xi| \ll 1$ , получаем

$$R = \frac{1}{(2hk_2)^2} + \frac{m_2^2}{k_2^2} \ln \frac{\gamma m_2 h}{j} \quad (33)$$

Для приближенного вычисления интегралов  $K$  и  $G$  принимаем в дополнение к вполне строгому допущению  $m_2^2 \cong \gamma^2$  приближенное  $m_2^2 \approx \gamma^2$  для япоказателя экспоненты, основанное на решении задачи при  $h \rightarrow \infty$ , где было установлено, что  $k_2^2$

примерно на порядок меньше, нежели  $\gamma^2$ . При этих условиях находим

$$K \cong - \int_0^\infty \frac{\sqrt{v^2 - \gamma^2}}{k_2^2 - k_0^2} e^{-2h\sqrt{v^2 - \gamma^2}} dv =$$

$$= - \frac{1}{(2hk_2)^2} - \frac{\gamma^2}{k_2^2} \ln \frac{\gamma' h}{j}; \quad (34)$$

$$G \cong - \frac{\gamma^2}{k_2^2} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{v^2 - \gamma^2}} e^{-2h\sqrt{v^2 - \gamma^2}} dv =$$

$$= - \frac{\gamma^2}{k_2^2} \frac{2j}{\pi} H_0^{(1)}(2h\gamma) = \frac{\gamma^2}{k_2^2} \ln \frac{\gamma' h}{j} \quad (35)$$

В итоге имеем

$$F = K + R + G \cong \frac{m_2^2}{k_2^2} \ln \frac{\gamma' m_2 h}{j}.$$

При подстановке этого результата в уравнение (31) оно преобразуется к виду

$$\left( \frac{\sqrt{2ha\gamma m_2}}{2j} \right)^2 \ln \left( \frac{\sqrt{2ha\gamma m_2}}{2j} \right)^2 = \frac{\gamma'^2}{2} k_1 h \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{J_0(k_1 a)}{J_1(k_1 a)} \quad (36)$$

Аналогичное уравнение решалось в [1] для заземлителя в однородной среде, следовательно, и в разбираемом случае расчет постоянной распространения может быть выполнен на основе той же методической базы.

В качестве иллюстрации приведем результаты расчетов, выполненных для цилиндрического протяженного заземлителя с параметрами: радиус  $a = 5 \cdot 10^{-3}$  м,  $\rho_1 = 10^{-7}$  Ом м (железо),  $\mu_1 = 1000$ , проложенного в грунте с  $\rho_2 = 10^2$  Ом м,  $\mu_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 10$  на глубине  $h$  (варианты  $h$ : 0,1 м, 1 м, 10 м) при частоте тока в нем  $f = 50$  1/с.

Предварительный расчет, выполненный по методике работы [1] для этого заземлителя при  $h \rightarrow \infty$  дал следующие результаты  $\gamma^2 = m_2^2 - k_2^2 = 31,53 \cdot 10^{-6} + j 26,84 \cdot 10^{-6} = 41,41 \cdot 10^{-6} e^{i 40^\circ, 40} 1/\text{м}^2$ ;  $k_2^2 = -j 3,948 \cdot 10^{-6} 1/\text{м}^2$ ;  $m_2^2 = 31,53 \cdot 10^{-6} + j 22,89 \cdot 10^{-6} = 38,97 \cdot 10^{-6} e^{j 36^\circ} 1/\text{м}^2$ ;  $\gamma = \alpha + j \beta = 6,435 \cdot 10^{-3} e^{j 20^\circ, 20} 1/\text{м}$ ;  $m_2 = 6,242 \cdot 10^{-3} e^{j 18^\circ} 1/\text{м}$ .

Погонное сопротивление заземлителя

$$\underline{z}_0 = \frac{k_1 \rho_1 J_0(k_1 a)}{2\pi a J_1(k_1 a)} = 0,655 \cdot 10^{-2} e^{j 42^\circ, 81} \text{ Ом/м}$$

Волновое и переходное сопротивления

$$\underline{z}_B = \frac{\gamma z_0}{m_2} = 1,082 e^{j 27^\circ, 03} \text{ Ом}, \quad \underline{z}_\Pi = \frac{z_0}{m_2} = 168,16 e^{j 6^\circ, 83} \text{ Ом/м}$$

Расчет параметра  $m_2^2$  по (32) дал значения  $m_2^2(0,2) = 19,79 \cdot 10^{-6} + j 12,19 \cdot 10^{-6} 1/\text{м}^2$ ,  $m_2^2(1) = 22,22 \cdot 10^{-6} + j 13,55 \cdot 10^{-6} 1/\text{м}^2$ ,  $m_2^2(10) = 26,95 \cdot 10^{-6} + j 15,9 \cdot 10^{-6} 1/\text{м}^2$ , где 0,2; 1; 10 – значения  $h$  в метрах. Соответствующие значения постоянной распространения, волнового и переходного сопротивлений равны:  $\gamma(0,2) = 5,054 \cdot 10^{-3} e^{j 19^\circ, 60} 1/\text{м}$ ,  $\gamma(1) = 5,318 \cdot 10^{-3} e^{j 19^\circ, 11} 1/\text{м}$ ,  $\gamma(10) = 5,785 \cdot 10^{-3} e^{j 18^\circ, 19} 1/\text{м}$ ;

$$\begin{aligned} \underline{z}_B(0,2) &= 1,425 \cdot e^{j30^\circ,77} \text{ Ом}, \quad \underline{z}_B(1) = 1,339 \cdot e^{j30^\circ,55} \text{ Ом}, \\ \underline{z}_B(10) &= 1,212 \cdot e^{j30^\circ,45} \text{ Ом}; \\ \underline{z}_{II}(0,2) &= 281,88 \cdot e^{j11^\circ,17} \text{ Ом} \cdot \text{м}, \quad \underline{z}_{II}(1) = 251,79 \cdot e^{j11^\circ,44} \text{ Ом} \cdot \text{м}, \\ \underline{z}_{II}(10) &= 209,42 \cdot e^{j12^\circ,26} \text{ Ом} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

При достаточно большом заглублении результаты таких расчетов должны быть близки к приведенным выше значениям  $m_2$ ,  $\gamma$ ,  $\underline{z}_B$ ,  $\underline{z}_{II}$ , полученным по уравнению (36) при  $h \rightarrow \infty$ . Для  $h = 83$  м, например, были получены значения  $m_2(82) = 6,245 \cdot 10^{-3} e^{j16^\circ,40}$  1/м,  $\gamma(82) = 6,424 \cdot 10^{-3} e^{j18^\circ,71}$  1/м,

$$\begin{aligned} \underline{z}_B &= 1,079 \cdot e^{j28^\circ,71} \text{ Ом}; \\ \underline{z}_{II} &= 168,02 \cdot e^{j10^\circ,00} \text{ Ом} \cdot \text{м}, \end{aligned}$$

Приближенные вычисления  $m_2$ ,  $\gamma$ ,  $\underline{z}_B$ ,  $\underline{z}_{II}$ , выполненные по уравнению (36) при  $h=1$ м дают следующие результаты:

$$\begin{aligned} m_2^2(1) &= 22,06 \cdot 10^{-6} + j 14,52 \cdot 10^{-6} \text{ 1/м}^2, \\ \gamma(1) &= 5,364 \cdot 10^{-3} e^{j19^\circ,97} \text{ 1/м}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{z}_B(1) &= 1,331 \cdot e^{j29^\circ,42} \text{ Ом}; \\ \underline{z}_{II}(1) &= 248,13 \cdot e^{j9^\circ,45} \text{ Ом} \cdot \text{м}, \end{aligned}$$

погрешность которых не превышает 2%. Следовательно, для инженерных расчетов вполне оправданным является использование уравнения (36) взамен (32).

**Расчет интегральных характеристик и параметров заземлителя.**

Искомыми, согласно [1], являются: напряжение  $U(x)$  между заземлителем и виртуальной бесконечноудаленной поверхностью, на которой собирается стекающий с заземлителя ток; переходное сопротивление  $\underline{z}_n$ ; сопротивление заземления (входное сопротивление); распределение шагового напряжения  $U_{ш}(x,y)$  на поверхности земли; напряжение прикосновения  $U_{np}(x)$  и параметры адекватной заземлителю модели в форме длинной линии (цепи с распределенными параметрами). Задачи расчета поясняет рис.2.

Напряжение  $U(x)$  вычисляем как сумму напряжений на пути, указанном пунктиром на рис.2

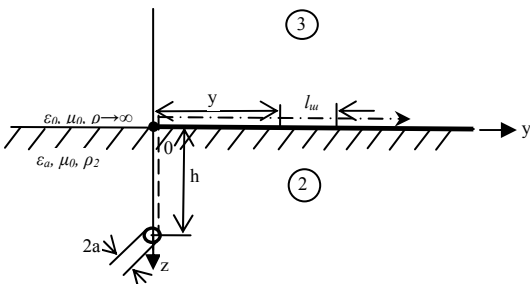


Рис.2 К расчету напряжений прикосновения и шага

$$U(x) = - \int_0^{h-a} E_{z2}(y,z) \Big|_{y=0} dz + \int_0^\infty E_{y3}(y,z) \Big|_{z=0} dy \quad (37)$$

Подставив в это выражение формулы (12), (13) и выполнив интегрирование при допущении  $j\omega\epsilon_0 \rho_2 \ll 1$  (малость тока смещения сравнительно с током проводимости) и замене

$$\int_0^\infty \frac{e^{-h\sqrt{v^2-m^2}}}{\sqrt{v^2-\gamma^2}} \cos v y d v \cong \int_0^\infty \frac{e^{-h\sqrt{v^2-\gamma^2}}}{\sqrt{v^2-\gamma^2}} \cos v y d v,$$

получаем

$$\dot{U}(x) \cong \frac{\gamma \rho_2 \dot{I}(x)}{2\pi} \left[ \ln \frac{h^2}{(2h-a)a} + \ln \left( \frac{1,123j}{\gamma h} \right)^2 \right] \quad (38)$$

Первое слагаемое в (38), равное напряжению между заземлителем и точкой «0» поверхности земли, является напряжением прикосновения для данного сечения системы заземлитель – грунт

$$U_{np}(x) \cong \frac{\gamma \rho_2 \dot{I}(x)}{2\pi} \ln \frac{h}{2a}, \quad (h \gg a) \quad (39)$$

Из выражения (38) определяется и сопротивление заземления (входное сопротивление), равное для данного случая волновому сопротивлению

$$z_{вх} = z_B = \frac{\dot{U}(x)}{\dot{I}(x)} = \frac{\gamma \rho_2}{\pi} \ln \frac{1,123j}{\gamma \sqrt{2ha}} \quad (40)$$

Переходное сопротивление вычисляется через ток, стекающий с единицы длины заземлителя [1], причем имеем

$$\dot{I}_0(x) = - \frac{\partial \dot{I}(x)}{\partial x} = \gamma \dot{I}(x), \quad \underline{z}_{II} = \frac{\dot{U}(x)}{\dot{I}_0(x)} = \frac{z_B}{\gamma} \quad (41)$$

Распределение шагового напряжения в этой задаче является экстремальным вдоль оси y и вычисляется по формуле (обозначения на рис.2)

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ш}(x,y) &= \int_y^{y+l_{ш}} E_{y3}(\xi,z) \Big|_{z=0} d\xi = \\ &= \frac{\gamma \rho_2 \dot{I}(x)}{\pi} \ln \frac{\sqrt{(y+l_{ш})^2+h^2}}{\sqrt{y^2+h^2}} \end{aligned} \quad (42)$$

Параметры адекватной заземлителю длинной линии, т.е. значения интегральных погонных параметров в телеграфных уравнениях линии

$$\begin{aligned} - \frac{d\dot{U}}{dx} &= (r_0 + jx_0) \dot{I} \\ - \frac{d\dot{I}}{dx} &= (g_0 + jb_0) \dot{U} \end{aligned} \quad (43)$$

находим как и в задачах, рассмотренных в статье [1], по условиям  $\underline{z}_{BM} = \underline{z}_B$ ,  $\gamma_M = \gamma$ .

Заменяя в (43) производные произведениями  $\gamma \dot{U}(x)$ ,  $\dot{I}(x)$  и учитывая соотношение (38), получаем для параметров модели [1] расчетные формулы в виде

$$g_0 + jb_0 = \frac{\pi}{\rho_2 \ln \frac{1,123j}{\gamma \sqrt{2ha}}} \quad (44)$$

$$r_0 + jx_0 = \frac{\gamma^2 \rho_2}{\pi} \ln \frac{1,123j}{\gamma \sqrt{2ha}} \quad (45)$$

В заключение, учитывая необходимость определения волновых параметров для участков заземлителя, находящихся в воздухе вблизи границы с грунтом [1], приведем основные

соотношения для их расчета. Величины, относящиеся к воздуху, обозначаем индексом «0», к грунту – индексом «2».

Уравнение для определения параметра  $m_0^2 = k_0^2 + \gamma^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 + \gamma^2$  получается из (31) и, если учесть неравенство  $G \ll K + R$ , легко преобразуется к форме

$$\frac{m_0^2}{k_0^2} \ln \frac{2h}{a} = -2 \int_0^{\infty} \frac{1}{\eta_0 + \eta_2} e^{-2h\eta_0} d\eta - \frac{2\pi}{j\omega\mu_0}, \quad (46)$$

$$\eta_0 = \sqrt{v^2 - m_0^2}, \quad \eta_2 = \sqrt{v^2 - m_2^2} \cong \sqrt{v^2 + j \frac{\omega\mu_0}{\rho_2}},$$

где  $\underline{z}_0$  – погонное сопротивление заземлителя (см. выше). Это уравнение решается численно методом последовательных приближений при начальном значении  $m_0 = 0$  под интегралом. Иной путь расчета, основанный на использовании интегралов Карсона, рассмотрен в [4,5].

Полагая, что значение постоянной распространения найдено, определяем перечисленные выше характеристики и параметры волнового процесса в заземлителе.

Напряжение  $U(x)$  между заземлителем и удаленной точкой грунта находим в согласии с рис. 2 по выражению

$$U(x) = - \int_0^{h-a} E_{z0}(y,z) \Big|_{y=0} dz + \int_0^{\infty} E_{y2}(y,z) \Big|_{z=0} dy = \frac{j \dot{I}}{2j\omega\epsilon_0\pi} \ln \frac{2h}{a} - \frac{\gamma \rho_2 \dot{I}}{\pi} \ln \frac{\gamma' m_0 h}{2j} \cong \frac{j \dot{I}}{2j\omega\epsilon_0\pi} \ln \frac{2h}{a} \quad (47)$$

Как и выше (формулы (38),(39)), первое слагаемое в (47) – это напряжение прикосновения

$$\dot{U}_{np} = \frac{j \dot{I}}{2j\omega\epsilon_0\pi} \ln \frac{2h}{a}.$$

В данной задаче величина этого напряжения значительно превосходит напряжение между точкой «0» грунта и бесконечно удаленной точкой. Так для рассмотренного выше заземлителя при  $h=0,2$  м расчет по (46) дал значения  $\gamma = 2,419 \cdot 10^{-7} + j 1,619 \cdot 10^{-6}$  1/м,  $m_0 = 3,132 \cdot 10^{-7} + j 1,251 \cdot 10^{-7}$  1/м; при  $h=1$  м  $\gamma = 2,563 \cdot 10^{-7} + j 1,528 \cdot 10^{-6}$  1/м,  $m_0 = 3,447 \cdot 10^{-7} + j 1,136 \cdot 10^{-6}$  1/м; при  $h=10$  м  $\gamma = 2,809 \cdot 10^{-7} + j 1,389 \cdot 10^{-6}$  1/м,  $m_0 = 4,07 \cdot 10^{-7} + j 9,5841 \cdot 10^{-7}$  1/м;

Соответствующие значения составляющих напряжения для  $h=0,2$ м, например, равны

$$\dot{U}(x) \Big|_{h=0,2} = 411,03 e^{-j8^\circ 50'} \dot{I}(x) + 0,973 \cdot 10^{-3} e^{j82^\circ 42'} \dot{I}(x), \text{ т.е.}$$

отличаются примерно на шесть порядков.

Волновое сопротивление вычисляется по формуле

$$\underline{z}_B = \frac{\gamma}{2j\omega\epsilon_0\pi} \ln \frac{2h}{a} = -j \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_0\omega} \ln \frac{2h}{a} \quad (49)$$

Для параметров цепной модели по условиям адекватности  $\underline{z}_{BM} = \underline{z}_B, \gamma_M = \gamma$  получаем выражения

$$\left. \begin{aligned} \underline{z}_{OM} &= \gamma \underline{z}_B = \frac{\gamma^2}{2j\omega\epsilon_0\pi} \ln \frac{2h}{a} \\ \underline{Y}_{OM} &= \frac{\gamma}{\underline{z}_B} = \frac{2j\omega\epsilon_0\pi}{\ln \frac{2h}{a}} = j\omega \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2h}{a}} = j\omega C_O, \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

где  $C_O$  – электрическая емкость в системе электродов провод-плоскость.

## Заключение

1. При исследовании волновых процессов в протяженных заземлителях ключевым моментом расчета является определение постоянной распространения по уравнению (31), после чего могут быть найдены волновое и переходное сопротивление, напряжение прикосновения и другие характеристики и параметры процесса.

2. Для построения модели заземлителя в форме длинной линии необходимы расчет постоянной распространения по уравнению (31) и расчет параметров модели по формулам (44)(45). Использование в модели взамен расчетного параметра  $\underline{z}_{OM}$  погонного сопротивления заземли-

теля  $\underline{z}_O$  приводит к неадекватному воспроизведению моделью волнового процесса в заземлителе.

3. Базовой для исследования режимов работы протяженных заземлителей является полевая модель, применимая даже для тех задач, в которых изучение работы заземлителя сопрягается с рассмотрением специальных полевых процессов: искрообразования и пробоя в сыпучих грунтах, разогрева и спекания грунта, коронирования заземлителя и т.д.

4. Несмотря на отчетливую методологическую общность задач расчета электромагнитных полей заземлителей в грунте и воздушных линий электропередачи ни один из существующих методов расчета последних неприменим для исследования процессов в заземлителях.

## Список литературы

1. Слышалов В.К., Голов П.В., Киселева Ю.А., Тимофеева И.В. Полевая и цепная модели волновых процессов в протяженном заземлителе // Вестник ИГЭУ. – 2004. – Вып. 4.
2. Гринберг Г.А., Бонштедт Б.Э. Основы точной теории волнового поля линии передачи // ЖТФ. – 1954. – ТХХIV, вып.1. – С. 67–95.
3. Ломоносов В.Ю. Электромагнитное поле двухпроводной линии // Сб. науч. тр. ИЭИ. Вып. IV. – М.: ГЭИ, 1951. – С. 223–247.
4. Костенко М.В., Перельман Л.С., Шкарин Ю.П. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения. – М.: Энергия, 1973. – 272 с.
5. Перельман Л.С. Таблицы интегралов Карсона для использования в расчетах волновых процессов в линиях с учетом земли // Известия НИИ постоянного тока. – 1965. – № 11. – С. 342–360.
6. Карякин Р.Н. Электромагнитные процессы в протяженных заземлителях в неоднородных структурах // Электричество. – 1996. – № 7. – С. 43–51.
7. Анненков В.З. Расчет импульсного сопротивления противовесов // Электричество. – 1970. – № 2. – С. 19–23.
8. Carson J.R. Wave Propagation in overhead wires with Ground Return // Bell System Tech. Journal. – 1926. – Oct, vol. V, №4. – P. 539–554.
9. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. – М.: Наука, 1977. – 342 с.

\*)-Эти расчеты выполнены студентами- дипломниками ИГЭУ Бедняковым С.В. и Тихомировым М.С.